

Sıvı, Kumaş ve Katı Cisim Etkileşimlerinin Bilgisayar Grafiği İçin Modellenmesi*

Modeling Interaction of Fluid, Fabric, and Rigid Objects for Computer Graphics

Serkan Bayraktar, Uğur Güdükbay, Bülent Özgüç

Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
Bilkent Üniversitesi

serkan@cs.bilkent.edu.tr, gudukbay@cs.bilkent.edu.tr, ozguc@bilkent.edu.tr

Özetçe

Sıvı, kumaş ve katı cisimler gibi günlük hayatta karşımıza çıkan nesnelerin davranışlarının ve birbirleriyle olan etkileşimlerinin modellenmesi ve görüntülenmesi yıllardır bilgisayar grafiği disiplininin önemli ilgi alanlarından birisidir. Bu makalede söz konusu modellemeleri gerçekçi bir şekilde başarmaya yönelik teknikler kısaca anlatılmakta ve bu tekniklerin uygulanmasıyla elde edilen sonuçlar sunulmaktadır.

Abstract

Simulating every day phenomena such as fluid, rigid objects, or cloth and their interaction has been a challenge for the computer graphics community for decades. In this article techniques to model such interactions are explained briefly and some of the result of applying these techniques are presented.

1. Giriş

Sıvıların davranışlarının gerçekçi bir şekilde modellenmesi uygulamalı fiziğin ve mühendisliğin önemli ilgi alanlarından birisidir. Bu alanlarda çalışma yapan araştırmacılar bir çok sayısal model geliştirilmişlerdir. Herne kadar bu modeller mühendislik ve uygulamalı fiziğin amaçları için uygun olsalar da, bilgisayar grafiği alanında kullanılmak için yavaş ve gereğinden fazla ayrıntılıdır. Buna rağmen bilgisayar grafiği alanında çalışan araştırmacılar bu modelleri basitleştirerek kendi alanlarına uygun, yani yeterince kolay uygulanabilen, hızlı, ve görsel olarak tatmin edici hale getirmektedirler.

Sıvıların modellenmesinde kullanılan sayısal yöntemlerden bir kısmı Navier-Stokes [1] denklemleri olarak adlandırılan kısmi türevsel denklemleri kullanır. Bu denklemler sayısal olarak ifade edilip, çözülerek sıkıştırılmayan ve akışkanlığı sabit sıvıların modellenmesinde kullanılırlar. Bu sayısal yöntemlerden bir tanesi parçacıkların kullanıldığı yöntemdir. Bu makalede anlatılan sıvı modelleme tekniği bu tür bir parçacık sistemine dayanmaktadır.

Yazının ikinci bölümünde parçacık tabanlı sıvı modelleme kısaca anlatılmaktadır. Üçüncü bölüm kumaş benzetimiyle

*Bu çalışma Avrupa Topluluğu 6. Çerçeve Programı tarafından 511568 No'lu proje kapsamında (3DTV: Integrated 3D Television: Capture, Transmission, and Display) desteklenmektedir.

ilgilidir. Dördüncü bölümde sıvı gövdesiyle kumaş ve katı cisimleri etkileşimi anlatılmaktadır. Sonuçlar beşinci bölümde sunulmuştur.

2. Parçacık Tabanlı Sıvı Modelleme

Sıvıların sayısal olarak modellenmesinde temel olarak iki farklı yöntem kullanılmaktadır. Bunlardan biri Lagrangian Modelidir [2]. Bu modelde belirli aralıkla yerleştirilmiş noktadaki sıvı özellikleri (yoğunluk, akışkanlık, sıcaklık gibi) belirli zaman aralıklarında hesaplanır. Sıvıların hareketlerini tanımlayan denklemler sonlu fark (finite difference) veya sonlu eleman (finite elements) gibi yöntemlerle sayısal olarak çözülecek biçimde ifade edilirler.

Eulerian Modeli [2] olarak adlandırılan başka bir modelde ise sıvı özellikleri parçacıklara atanır ve bu parçacıklar benzetimi yapılan uzayda izlenip sıvıyı tanımlayan değerler bu parçacıkların bulunduğu noktalarda hesaplanırlar. Bu makalede kısaca açıklanacak olan modelleme tekniği bir parçacık sistemi olan Düzleştirilmiş Parçacık Hidrodinamiği (Smoothed Particle Hydrodynamics) yöntemini kullanmaktadır.

2.1. Navier-Stokes Denklemleri ve Kütlelerin Korunumu

Sıkıştırılmayan sıvıların serbest uzayda hareketini iki denklemin birlikte çözülmesiyle açıklamak mümkündür. Bu denklemlerden birincisi Navier-Stokes denklemleri olarak adlandırılır ve momentumun korunumu ilkesini ifade eder. Kısa haliyle yazıldığında Navier-Stokes denklemleri aşağıdaki gibi görülürler:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \rho \mathbf{g} + \mu \nabla^2 \mathbf{v}, \quad (1)$$

Bu denklemlerde ρ sıvı yoğunluğunu, p sıvı basıncını, μ akışkanlığı ve \mathbf{g} sıvıya etki eden dış kuvvet alanını sembolize etmektedir. \mathbf{v} sıvının hızını ifade eden vektörel bir alandır. Navier-Stokes denklemlerini çözerek ulaşılmaya çalışılan değer $\partial \mathbf{v} / \partial t$, yani hızdaki anlık değişmeyi ifade eden değerdir. Sıkıştırılmayan sıvıları modellerken gerekli olan başka bir koşul da kütlelerin korunumudur. Bu koşul aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (2)$$

Bu denklemde \mathbf{v} sıvının hızını ifade eden vektörel alandır. Bu tür (sıkıştırılmayan, sabit akışkanlığa sahip) sıvıların hareketlerini doğru olarak modellemek için bu iki denklem beraber çözülmelidir.

2.2. Düzleştirilmiş Parçacık Hidrodinamiği (DPH)

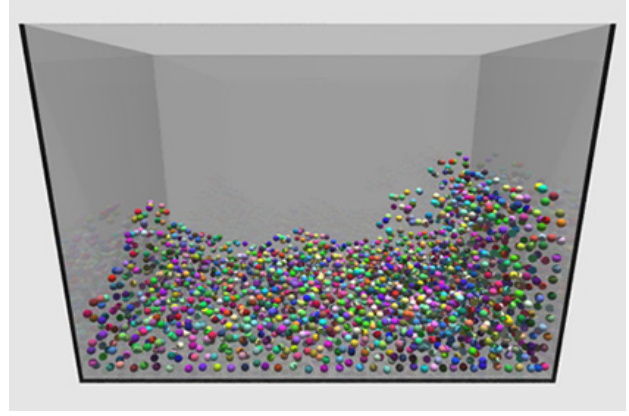
DPH ilk olarak astrofizik alanında, birbirleriyle çarpışan galaksilerin hareketlerini modellemek üzere kullanılmıştır. Sonraları yapılan bazı değişikliklerle sıkıştırılmayan sıvıların davranışlarını modellemede kullanılmaya başlanmıştır [4]. Bu yöntemin ana fikri belirli sayıda parçacığa hesaplanmak istenilen sıvı özelliklerinin atanması ve parçacıkların aralarında kalan alanlarda bu özelliklerin komşu parçacıklardaki değerlerin aradeğerlendirilmesiyle hesaplanmasıdır. DPH her parçacığın etrafına sanal bir küre yerleştirir ve bu kürenin içinde kalan her parçacık komşu parçacık olarak kabul edilir. Navier-Stokes denklemleri parçacıkların etrafındaki alanlarda hesaplanır. Parçacıkların sayısı ve kütleleri sabit olduğundan kütle korunumunu ayrıca dikkate almaya gerek yoktur. Ayrıca parçacıklar sıvının hareketiyle sürüklendikleri için Navier-Stokes denklemlerinde adveksiyonu temsil eden $\mathbf{v}\nabla$ ifadesi dikkate alınmayabilir.

2.3. Sıvı Yüzeyinin Görsel Gerçeklenmesi

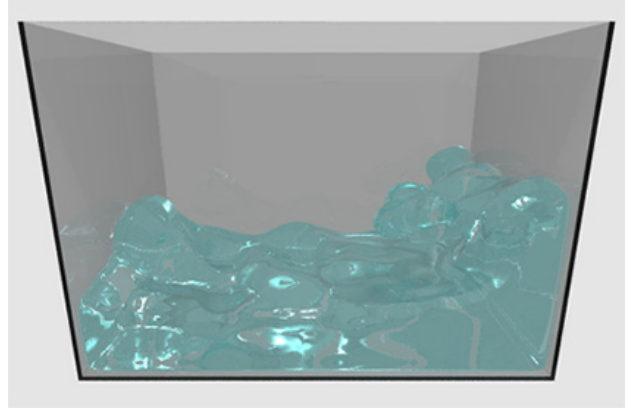
Parçacık sistemleri kullanılarak yapılan sıvı benzetimlerinin zorluklarından bir tanesi serbest sıvı yüzeyinin doğru bir şekilde belirlenmesi ve görsel gerçeklenmesidir. Bu amaçla kullanılabilen bilgiler parçacıkların uzaydaki konumları, sıvının basıncı ve yoğunluğudur. Literatürde bu durumda kullanılacak bir kaç yöntem vardır. Bu yöntemlerden bir tanesi “Marching Cubes” [3] olarak adlandırılan algoritmadır. Bu algoritma benzetim uzayını eşit büyüklükte küplere ayırır ve küp köşelerine belirli bir değer verir. Bu değer komşu parçacıkların köşeye ortalama uzaklıkları, o noktadaki sıvı yoğunluğu ve basıncı kullanılarak hesaplanır. Algoritma sonuç olarak üçgenlerden oluşan bir sıvı yüzeyi yaratır. Bu yüzey daha sonra bilinen yöntemlerle (ışın izleme gibi) görsel gerçeklenebilir. Şekil 1 sıvı parçacıklarını ve yukarıdaki yöntemle oluşturulan sıvı yüzeyini göstermektedir.

3. Kumaş Modelleme

Kumaş türü cisimlerin modellenmesi uzun süreden beri bilgisayar grafiği camiasının ilgi konusudur. Kumaş davranışının modellenmesinde en çok kullanılan yöntemlerden biri kütle-yay sistemleridir. Bu sistem basit olarak belirli ağırlığı olan noktaların birbirlerine yaylarla bağlanmasıyla oluşur. Bu yöntem, uygulanmasındaki basitlik ve istenilen etkiyi yaratacak şekilde kolayca değiştirilebilmesinden dolayı araştırmacılar tarafından tercih edilmektedir. Kumaşı bu şekilde modellemenin başlıca dezavantajı kütleleri birbirine bağlayan yayların sabitlerinin yeterince büyük olmadığında kumaşın gerçekçiliği ihlal edecek oranlarda esnemesidir. Öte yandan büyük yay sabitleri kullanmak sayısal kararlılığı kolayca bozmaktadır. Bu durum özellikle Euler tümeştirme yöntemi kullanıldığı zaman ortaya çıkar. Bunun sebebi Euler yöntemindeki hata terimlerinin yüksek dereceden olmasıdır. Bunu engellemek için benzetimde kullanılan zaman aralıklarını küçültmek gerekir. Bu



(a)



(b)

Şekil 1: Sıvı gövdesinin parçacık olarak (a) ve yüzeyi oluşturulduktan sonraki (b) görsel gerçeklenmesi.

da benzetimin daha yavaş işlemesine yol açar. Bu sorunu çözenin birden çok yolu vardır. Bu yazıda anlatılan sistemde kullanılan yöntem sonradan düzeltme olarak tanımlanabilir. Bu yöntemde yay kuvvetleri ve diğer kuvvetlerin etkisiyle kütleler hareket ettirilmeden önce fazla uzayan veya kısalan yayların bağlı olduğu kütlelerin pozisyonları, hızları ve ivmeleri bu büyük deformasyonu engelleyecek şekilde düzeltilir [7]. Çok basit görünse de bu yöntem görsel olarak tatminkar sonuçlar vermektedir (Şekil 2’de görüldüğü gibi). Tümeştirme yöntemini değiştirerek hata terimleri daha düşük dereceli olan bir yöntem ve uyarlamalı zaman aralıkları kullanmak zaman aralıklarını sayısal kararlılığı bozmadan büyütmemize olanak sağlar. Bu amaçla Euler metodu yerine Runge-Kutta veya Verlet tümeştirme yöntemlerinden biri kullanılabilir [5]. Verlet tümeştirme yöntemi Runge-Kutta yöntemine kıyasla daha kolay uygulanabilir ve Euler yöntemine göre daha büyük zaman aralıklarını kullanmamıza izin verir. Verlet tümeştirme yöntemi hesaplamada hızları kullanmadığından hız ve konumun birbirleriyle çelişen değerler almasına sebep olmaz. Verlet tümeştirme yöntemi basit olarak şu formülle ifade edilir [6].

$$x(t_0 + \Delta t) = 2x(t_0) - x(t_0 - \Delta t) + a\Delta t^2. \quad (3)$$



(a)

(b)

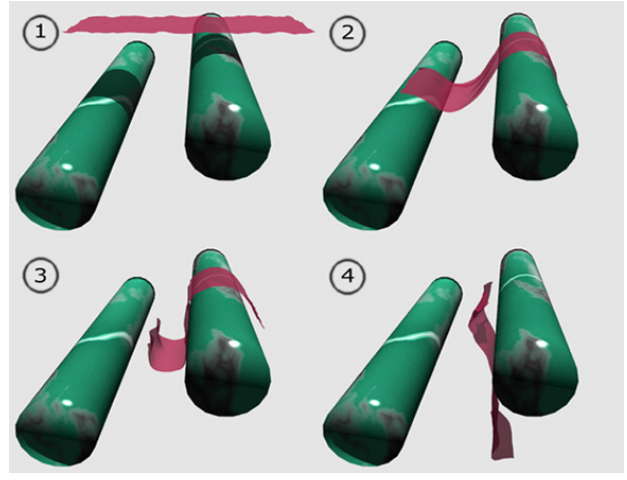
Şekil 2: Bir kumaş parçasının (a) sonradan düzeltme uygulanarak daha gerçekçi görüntülenmesi (b).

3.1. Çarpışma Sezimi

Kumaş türü cisimlerin katı cisimlerle etkileşmesi kumaş modellemenin önemli bir kısmını teşkil eder. En çok üzerlerinde durulan ise kumaşın katı cisimlerle çarpışmasını saptamak ve bu çarpışmanın gerçekçi bir şekilde modellenmesini sağlamaktır. Basit olarak açıklamak gerekirse, çarpışma sezimi kumaşı oluşturan üçgenlerin ortamdaki katı cisimleri oluşturan üçgenlerle kesişip kesişmedikleri bir bir sınamasıyla gerçekleştirilir. Ancak, bu yöntem üçgen sayısı arttıkça olanaksız hale gelir. Bu zorluğu aşmanın yollarından biri benzetim uzayını küçük hacimlere bölüp sadece aynı hacimde bulunan üçgenleri sınamaktır. Bir diğer yöntem ise ortamdaki tüm cisimlerin etrafına onları kuşatan kutu veya küre şeklinde cisimler yerleştirmektir. Bu kuşatan cisimlerin birbirleriyle çarpışma sınamaları (şekillerinin basitliğinden dolayı) daha basit olduğundan, üçgen tabanlı çarpışma sınamaları yapılmadan önce bu cisimlerin çarpışmaları sınanır.

Kumaş türü cisimler söz konusu olduğunda göz önüne alınması gereken başka bir çarpışma türü de kumaşı oluşturan üçgenlerin birbirleriyle yaptıkları çarpışmalardır. Doğru olarak çözülmeyeceği durumlarda bu tür çarpışmalar kumaşın kendi içine girmesi gibi gerçekliği bozan durumlara yol açarlar. Bu tür çarpışmaların saptanmasında da katı cisimlerle çarpışma sınamalarında kullanılanlara benzer yöntemler uygulamak verimlilik açısından zorunludur. Örneğin birbirlerine kumaş üzerinde komşu olan üçgenlerin birbirleriyle sınamamaları gerekir. Ayrıca yüzey normaleri arasındaki açı belli bir değerin altında olan üçgenler de sınama kapsamı dışında bırakılabilirler.

Kesişen veya kesişmesi olası olan üçgenlerin hızları ve ivmeleri keşismeyi önleyecek şekilde değiştirilmelidir. Buna ek olarak eğer bir kumaşı oluşturan üçgenlerden bir kısmı katı cismin içine girdiyse bu üçgenlerin pozisyonları bunu kesişmeye giderecek şekilde yeniden atanır. Unutulmaması gereken nokta bu tür çarpışma (temas) sınamaları benzetimin her zaman adımında yapılması gerektiğidir.

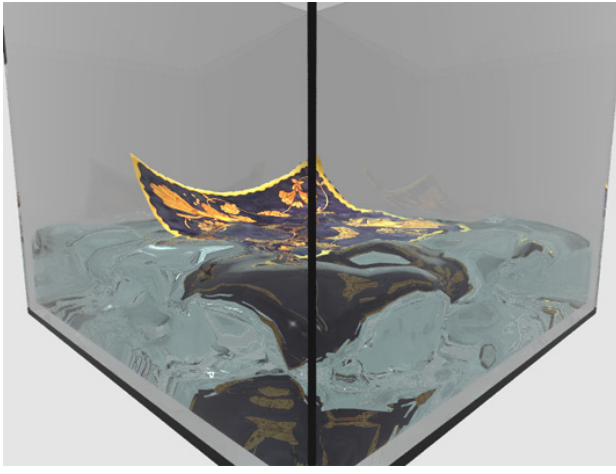


Şekil 3: İnce bir kumaş parçası iki silindirin üstüne bırakılmasının görüntülenmesi.

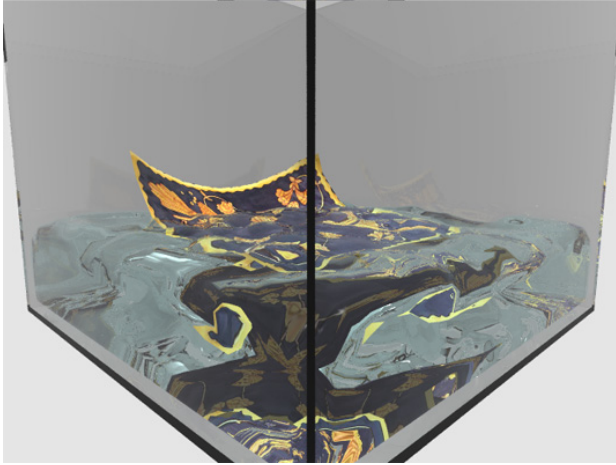
Şekil 3'de ince bir kumaş parçasının iki silindirin üzerine bırakılmasının animasyonundan kareler görülmektedir. Bu benzetimde kuşatan kutular kullanılarak çarpışma sezimi hızlandırılmıştır.

4. Sıvıların Kumaş ve Katı Cisimler ile Etkileşmesi

Sistemimizde kumaşın ve katı cisimlerin modellenmesinde de sıvı parçacıkları kullanılmaktadır. Kumaşın kütle noktaları ve katı cisimleri çokgen köşelerinde sıvı parçacıklarından oluşturulmaktadır. Bu parçacıklar tıpkı serbest sıvı gövdesindekiler gibi diğer parçacıklarla etkileşime girerler. Ancak bunların hareketleri kumaşın veya katı cismin özellikleri göz önüne alınarak hesaplanır. Sistemdeki tüm cisimlerin (sıvı gövdesi, katı cisimler ve kumaş) aynı tür parçacıklarla oluşturulmasının bir kaç avantajı vardır. Bunlardan biri cisimlerin yakınlık sınamalarının kolayca yapılabilmesidir. Örneğin kumaşın katı cisimlerle çarpışıp çarpışmadığı veya sıvının hangi katı cisime yakın olduğu gibi sınamalar parçacık sistemi sayesinde kolayca yapılabilir. Sıvıların modellenmesinde kullanılan parçacık sistemi, her parçacığın komşularını her zaman aralığında bulur. Bu sayede kumaşın katı cisimlere yakınlığı sınanırken kumaşı oluşturan parçacıkların komşuları arasında katı cisimleri oluşturan parçacık aramak yeterlidir. Aynı şekilde sıvı parçacıkların katı cisimlerle olan yakınlığı da aynı komşuluk bilgisi kullanılarak kolayca sınanabilir. Kısacası tüm sistemdeki cisimlerin birbirlerine olan yakınlık sınamaları parçacık sisteminin sağladığı komşuluk bilgisi yardımıyla daha çabuk ve verimli bir şekilde yapılabilir. Sistemdeki tüm cisimlerin sıvı parçacıklarıyla modellenmesinin bir yararı da cisimler arasındaki etkileşmelerin en azından bir kısmının parçacık tabanlı olarak uygulanabilmesidir. Buna örnek olarak kumaş ile sıvının arasındaki etkileşmeyi gösterebiliriz. Bu etkileşme sıvı parçacıkları ile kumaşı oluşturan parçacıkların aralarındaki kuvvetler ayarlanarak istenilen şekile getirilebilir. Parçacıklar arasındaki kuvvetlerin hesaplanmasında



(a)



(b)

Şekil 4: Hafif (a) ve daha ağır (b) kumaş parçaları sıvı içine bırakılıyor.

kullanılan parametrelerle oynamak bu olanağı bize sağlar. Örneğin parçacıkların durağan yoğunlukları, ağırlıkları veya parçacıkların etrafında oluşturulan küresel alanların yarıçapları gibi parametreler bize etkileşmeyi istediğimiz yönde değiştirme olanağı verir. Bu parametreleri değiştirerek, sıvıya bırakılan hafif veya ağır (Şekil 4), veya su akıntısıyla hareket eden kumaş parçalarını modellemek olası hale gelir. Şekil 5 iki köşesinden sallanmaya bırakılan bir kumaş parçasına bir musluktan su akıtılmasını göstermektedir. Bu benzetimde kumaş suyu diğer tarafa geçirmeyecek şekilde modellenmiştir.

5. Sonuçlar

Sıvı ve kumaş gibi günlük hayatımızda sıkça karşımıza çıkan nesnelerin gerçekçi bir görüntü verecek şekilde modellenmesi bilgisayar grafiği alanında çalışma yapan araştırmacıların başlıca hedeflerinden biri olagelmıştır. Mühendislik ve fizik alanlarının aksine (ki bu alanlarda kullanılan modeller sayısal doğruluğu ilk planda tutarlar) bilgisayar grafiğinin temel hedefi



Şekil 5: Suyu geçirmeyen kalın bir kumaşa yakından su akıtılıyor.

gerçekçi bir görünüm verecek ve makul bir hızda çalışacak modeller ortaya çıkarmaktır. Bu amaca yönelik olarak günümüze kadar bir çok sıvı ve kumaş modeli bilgisayar grafiği alanına uyarlanmıştır. Bu yazıda böyle bir model kullanılarak sıvıların kumaş benzeri maddelerle etkileşiminin gerçeğe yakın şekilde ve makul hızlarda nasıl modelleneceği anlatılmıştır.

6. Kaynakça

- [1] Chen, J.X., Lobo V., Hughes C.E., and Moshell M., "Real-time fluid simulation in a dynamic virtual environment", IEEE Comput. Graph. Appl., 17(3): 52-61, 1997.
- [2] Young, D.F., Munson, B.R, and Okiishi, T.H., A Brief Introduction to Fluid Mechanics, John Wiley and Sons, Inc., 2000.
- [3] Lorensen, W.E., Cline, H.E., "Marching cubes: A high resolution 3D surface construction algorithm", Proceedings of the 14th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques (SIGGRAPH '87), 163-169, 1987.
- [4] Müller, M., Charypar, D., and Gross, M., "Particle-based fluid simulation for interactive applications", Proceedings of the ACM SIGGRAPH/ Eurographics Symposium on Computer Animation, 154-159, 2003.
- [5] Witkin, A., Baraff, D., and Kass M., "An introduction to physically based modeling.", SIGGRAPH Course Notes, # 32, 1994.
- [6] Verlet, L., "Computer experiments on classical fluids: thermodynamical properties of Lennard-Jones molecules", Phys. Rev., 159, 98-103, 1967.
- [7] Provot, X., "Deformation constraints in a mass-spring model to describe rigid cloth behavior", Proceedings of the Graphics Interface '95, 147-154, 1995.